

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه نوزدهم – فصل نهم

ماشین های تورینگ و دسته بندی زبان ها و ماشین ها

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 9

ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها تست
تست 1 تا 18

(مهندسی کامپیوتر – 1403)

1- کدام یک از زبان‌های زیر، مستقل از متن نیست؟

- (1) $L = \{a^t b^t c^{2t} \mid t > 0\}$
- (2) $L = \{a^t b^{t+m} c^m \mid t, m > 0\}$
- (3) $L = \{a^t b^m c^{t+m} \mid t, m > 0\}$
- (4) $L = \{a^t b^{t-m} c^m \mid t > m > 0\}$

(مهندسی کامپیوتر – 1401)

2- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) هر زبان تشخیص‌ناپذیر تورینگ، تصمیم‌ناپذیر است.
- (ب) مجموعه همه زبان‌های نامنظم روی یک الفبا، یک مجموعه شمارای نامتناهی است.
- (ج) مجموعه همه ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا، یک مجموعه شمارای نامتناهی است.
- (د) هر زبان نامتناهی تشخیص‌پذیر تورینگ، یک زیرمجموعه نامتناهی تصمیم‌پذیر دارد.
- (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 1

(مهندسی کامپیوتر – 1400)

3- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (1) مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا ناشمارا است.
- (2) مجموعه تمام زبان‌های تصمیم‌ناپذیر روی یک الفبا ناشمارا است.
- (3) مجموعه همه رشته‌های تعریف شده روی یک الفبا ناشمارا است.
- (4) مجموعه تمام زبان‌های نامنظم روی یک الفبا شمارا است.

(مهندسی کامپیوتر – 1400)

4- از میان چهار جمله زیر، چه تعداد از آن‌ها صحیح است؟

- (الف) اشتراک دو زبان بازگشتی، لزوماً یک زبان بازگشتی است.
- (ب) اگر $h(L)$ (تصویر همومورفیک L) منظم باشد می‌توان نتیجه گرفت خود L نیز منظم است.
- (ج) اجتماع دو زبان مستقل از متن قطعی، خود یک زبان مستقل از متن قطعی است.
- (د) زبان‌ها شمارش‌پذیر بازگشتی تحت عملیات مکمل‌گیری بسته هستند.
- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

(مهندسی کامپیوتر - 99)

5- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (1) مجموعه همه زبان‌های نامنظم روی یک الفبا شمارا است.
- (2) مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا ناشمارا است.
- (3) مجموعه تمام ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا شمارا است.
- (4) مجموعه همه رشته‌های تعریف شده روی یک الفبا ناشمارا است.

(مهندسی کامپیوتر - 98)

6- درخصوص زبان $L = \{a^n d^m b^n d^k c^n : m, n, k \geq 1\}$ ، کدام مورد درست است؟

- (1) L منظم است.
- (2) L مستقل از متن است و منظم نیست.
- (3) L حساس به متن است و مستقل از متن نیست.
- (4) L یک زبان با گرامر بدون محدودیت است و حساس به متن نیست.

7- اگر مجموعه زبان‌های پذیرفته شده به وسیله مدل‌های A کاملاً بزرگ‌تر از مجموعه زبان‌های پذیرفته شده به وسیله مدل‌های B

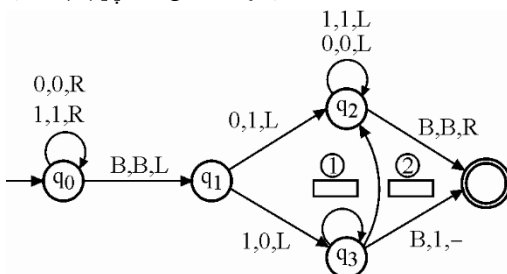
باشد، می‌گوییم مدل‌های محاسباتی A قوی‌تر از مدل‌های محاسباتی B هستند. اکنون فرض کنید یک K -PDA نمایانگر یک خودکاره (آتوماتون) پوش‌دان با k نوار پشته باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟ (مهندسی کامپیوتر - 96)

- (1) $PDA-1$ ها تنها مجموعه زبان‌های تصمیم‌پذیر را می‌پذیرند.
- (2) $PDA-2$ ها تنها مجموعه زبان‌های تصمیم‌پذیر را می‌پذیرند.
- (3) $PDA-3$ ها قوی‌تر از $PDA-2$ هستند.
- (4) $PDA-2$ ها قوی‌تر از $PDA-1$ هستند.

8- ماشین تورینگی که در شکل نشان داده شده است، عدد باینری x را گرفته و $x+1$ را تولید می‌کند. برچسب مربوط به دو یال

(مهندسی کامپیوتر - 95)

که در شکل مشخص شده کدام‌اند؟



- | | |
|-----------|-----------|
| ① $1/0/L$ | ② $0/1/L$ |
| ① $0/0/L$ | ② $0/1/R$ |
| ① $1/0/R$ | ② $1/1/L$ |
| ① $0/1/L$ | ② $1/0/L$ |

9- در مورد زبان‌های قابل تعریف بر روی الفبای ناتهی A و B با حداقل دو حرف که $A \subseteq B$ ، کدام گزینه درست است؟

- (1) بین مجموعه‌های A^* و B^* تناظر یک به یکی وجود ندارد.
- (2) برای هر زبان $L_1 \subseteq A^*$ و هر زبان $L_2 \subseteq B^*$ ، داریم $L_1 \subseteq L_2$.
- (3) برای هر زبان $L_1 \subseteq B^*$ یک زبان $L_2 \subseteq A^*$ وجود دارد که تعداد اعضای L_1 و L_2 برابر باشند.
- (4) هر زبان $L_1 \subseteq B^*$ را می‌توان به صورت اجتماع دو زبان از A^* و $(B-A)^*$ نوشت.

10- کدام گزینه در مورد درخت محاسبه یک ماشین تورینگ غیرقطعی داده شده بر روی یک ورودی دلخواه، همواره صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 95)

- (1) این درخت را می‌توان با یک ماشین تورینگ قطعی با جستجوی عمق اول (DFS) تولید کرد.
- (2) این درخت را می‌توان با یک ماشین تورینگ قطعی با جستجوی سطح اول (BFS) تولید کرد.
- (3) فقط ماشین تورینگ جهانی (Universal) می‌تواند این درخت را به صورت جستجوی عمق اول (DFS) تولید کند.
- (4) فقط ماشین تورینگ جهانی می‌تواند این درخت را به صورت جستجوی سطح اول (BFS) تولید کند.

11- فرض کنید $T(M, w)$ زمان اجرای پردازش ماشین M بر روی ورودی w است که برابر با تعداد گذرهای M در محاسبه w تعریف می‌شود. کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 95)

- (1) اگر M یک ماشین تورینگ باشد آن‌گاه $T(M, w)$ متناهی است.
- (2) اگر M یک اتوماتون متناهی قطعی باشد آن‌گاه $T(M, w)$ متناسب با $|w|$ است.
- (3) اگر M یک اتوماتون خطی محدود (LBA) باشد آن‌گاه $T(M, w)$ متناسب با $|w|$ است.
- (4) اگر M یک اتوماتون پشته‌ای قطعی باشد آن‌گاه $T(M, w)$ متناسب با بیشترین اندازه پشته هنگام پردازش w است.

12- برای ماشین تورینگ T که فقط در دو حالت q_a و q_r متوقف می‌شود، زبان L_1 و L_2 به ترتیب شامل کلماتی هستند که برای آن ورودی‌ها T به ترتیب در حالت‌های q_a و q_r متوقف می‌شود. در چه صورتی L_2 با مکمل L_1 برابر است؟

- (1) اگر L_1 تصمیم‌پذیر باشد.
- (2) اگر L_1 منظم باشد.
- (3) همواره L_2 با مکمل L_1 برابر است.
- (4) اگر T به ازای هر ورودی متوقف شود.

(علوم کامپیوتر - 95)

13- اگر $\bar{L}$ مکمل زبان L باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 95)

- (1) اگر زبان L توسط طول یک ماشین تورینگ پذیرفته شود، که مقدار حافظه مصرفی آن برای هر ورودی از مجذور طول ورودی کوچک‌تر است، آن‌گاه L تصمیم‌پذیر (decidable) است.
- (2) اگر زبان L توسط یک ماشین تورینگ پذیرفته شود، که مقدار حافظه مصرفی آن برای هر ورودی از مجذور طول ورودی بزرگ‌تر است، آن‌گاه L منظم نیست.
- (3) اگر L شمارش‌پذیر بازگشتی نباشد، آن‌گاه لزوماً $\bar{L}$ شمارش‌پذیر بازگشتی نیست.
- (4) اگر L شمارش‌پذیر بازگشتی نباشد، آن‌گاه لزوماً $\bar{L}$ شمارش‌پذیر بازگشتی است.

14- کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 94)

- (1) هر زبان منظم دارای یک آتوماتون غیرقطعی کمینه یکتا است.
- (2) هیچ کلاسی از زبان‌ها بین کلاس زبان‌های مستقل از متن (CFL) و کلاس زبان‌های منظم (Regular) وجود ندارد.
- (3) هر زیر مجموعه از $\{0,1\}^*$ می‌تواند دارای یک آتوماتون قطعی احتمالاً نامتناهی باشد.
- (4) زبان L وجود دارد که برای آن کلیه ماشین‌های تورینگ با زبان L حداقل 1394 حالت در آتوماتون خود دارند.

15- زبان $\{a^n b^n c^n : n \geq 0\} - \{a\}^* \{b\}^* \{c\}^*$ را در نظر بگیرید، کدام عبارت صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 94)

- (1) زبان مستقل از متن است ولی قابل شناسایی با یک ماشین تورینگ نیست.
- (2) زبان قابل شناسایی با یک ماشین تورینگ است ولی مستقل از متن نیست.
- (3) زبان منظم است.
- (4) زبان مستقل از متن است ولی منظم نیست.

16- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(علوم کامپیوتر - 94)

- (1) زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ وجود دارد که فقط می‌تواند زبان یک ماشین تورینگ یکتا باشد.
- (2) زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ وجود دارد که زبان یک ماشین تورینگ غیرقطعی است ولی نمی‌تواند زبان هیچ ماشین تورینگ قطعی باشد.
- (3) کلاس زبان‌هایی در $\{0,1\}^*$ که می‌توانند زبان یک ماشین تورینگ باشند نسبت به اجتماع بسته است.
- (4) کلاس زبان‌هایی در $\{0,1\}^*$ که می‌توانند زبان یک ماشین تورینگ باشند نسبت به متمم‌گیری بسته است.

17- همه گزینه‌های زیر در مورد زبان‌های قابل پذیرش توسط ماشین‌های تورینگ صحیح است، به جز: (علوم کامپیوتر - 94)

- (1) کلاس زبان‌های شمارش‌پذیر بازگشتی (r.e.) نسبت به اجتماع، اشتراک و متمم بسته است.
- (2) کلاس زبان‌های بازگشتی (تصمیم‌پذیر) نسبت به اجتماع، اشتراک و متمم بسته است.
- (3) کلاس زبان‌های شمارش‌پذیر بازگشتی (تصمیم‌پذیر) شامل کلاس زبان‌های مربوط به گرامرهای حساس به متن است.
- (4) کلاس زبان‌های شمارش‌پذیر بازگشتی (r.e.) هم‌ارز با کلاس زبان‌های مربوط به گرامرها (دلخواه) است.

18- ماشین تورینگ غیرقطعی M که برای هر ورودی نهایتاً متوقف می‌شود با زبان L مفروض است. $(L(M) = L)$. همه گزینه‌های زیر صحیح هستند به جز: (علوم کامپیوتر - 94)

- (1) اگر $x \notin L$ لزوماً ماشین در هر محاسبه پاسخ خیر (NO) می‌دهد.
- (2) لزوماً متمم L (زبان $\bar{L}$) دارای یک ماشین تورینگ قطعی است که برای هر ورودی متوقف می‌شود.
- (3) لزوماً L دارای یک ماشین تورینگ قطعی است که برای هر ورودی متوقف می‌شود.
- (4) اگر برای هر ورودی x ماشین پاسخ خیر (NO) بدهد لزوماً $x \notin L$.

پاسخ‌ها

فصل 9: ماشین‌های تورینگ و دسته‌بندی زبان‌ها و ماشین‌ها

تست 1 تا 18

1- گزینه (1) صحیح است.

زبان گزینه 2 را می‌توان چنین نوشت:

$$\{a^t b^t \underline{b^m c^m} \mid t, m > 0\}$$

پس ماشین پشته‌ای برای پذیرش این زبان داریم البته این زبان خطی نیست. پشته باید 2 بار پر و خالی شود.

در گزینه 3، زبان $\{a^t b^m c^{t+m} \mid t, m > 0\}$ ماشین پشته‌ای دارد: به طور خلاصه همه حروف a سپس همه حروف b را در پشته درج می‌کنیم و بعد با مشاهده هر c یک عنصر از پشته برمی‌داریم. ماشین پشته‌ای مورد نظر، یک نوبته است پس این زبان، خطی است.

در گزینه 4، زبان $\{a^t b^{t-m} c^m \mid t > m > 0\}$ را می‌توان به این فرم نوشت:

$$\{a^{n+m} b^n c^m \mid n, m > 0\}$$

این زبان دارای ماشین پشته‌ای است. به طور خلاصه ابتدا حروف a را در پشته درج می‌کنیم سپس به ترتیب با مشاهده هر حرف b و بعد با مشاهده هر حرف c یک عنصر از پشته برمی‌داریم. {در ضمن ماشین پشته‌ای مورد نظر، یک نوبته است پس این زبان، خطی است} اما در گزینه 1، زبان $\{a^t b^t c^{2t} \mid t > 0\}$ را سه توان دو به دو رابطه خطی دارند ماشین پشته‌ای توان پذیرش آن را ندارد.. این زبان نمونه معروفی از زبان‌های حساس به متن است که مستقل از متن نیست.

2- گزینه (2) صحیح است.

(الف) درست است. خانواده زبان‌های تصمیم‌پذیر (بازگشتی) زیرمجموعه اکید خانواده زبان‌های تشخیص‌پذیر است؛ $(REC \subset R.E)$ پس زبانی که تشخیص‌پذیر نباشد، تصمیم‌پذیر هم نیست..

مجموعه همه زبان‌ها ناشماراست. خانواده زبان‌های منظم، شماراست پس خانواده زبان‌های نامنظم، ناشماراست؛ یعنی (ب) نادرست است. با هر مجموعه متناهی از الفبا، مجموعه ماشین‌های تورینگ، شمارای نامتناهی است. پس جمله (ج) درست است. گزاره (د)، حکم درستی است اما اثبات آن کوتاه نیست.

3- گزینه (2) صحیح است.

مجموعه ماشین‌های تورینگ شمارای نامتناهی است؛ مجموعه همه رشته‌های تعریف شده روی یک الفبا یعنی Σ^* شماراست. این خانواده‌ها شمارای نامتناهی هستند: زبان‌های دارای گرامر، زبان‌های تشخیص‌پذیر، زبان‌های تصمیم‌پذیر، زبان‌های حساس به متن، زبان‌های مستقل از متن، زبان‌های منظم، زبان‌های متناهی. این خانواده‌ها ناشمارا هستند: زبان‌های فاقد گرامر، زبان‌های تشخیص‌ناپذیر، زبان‌های تصمیم‌ناپذیر، زبان‌های غیرحساس به متن، زبان‌های نامستقل از متن، زبان‌های نامنظم، زبان‌های نامتناهی.

4- گزینه (1) صحیح است.

(الف) درست است. L_1 و L_2 بازگشتی اند پس الگوریتم‌هایی داریم که عضویت یا عدم عضویت هر رشته w در آنها را تعیین کرده و متوقف می‌شوند. با استفاده از این دو الگوریتم می‌توانیم عضویت یا عدم عضویت هر رشته w در $L_1 \cap L_2$ را تعیین کرده و متوقف شویم. پس $L_1 \cap L_2$ بازگشتی است.

(ب) نادرست است. گر $h(L)$ منظم باشد نمی‌توان نتیجه گرفت L منظم است؛ مثلاً فرض کنید $h(a) = a, h(b) = a, h(c) = a$.

$$L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\} \text{ منظم نیست حتی مستقل از متن نیست اما } h(L) = \{a^{3n} \mid n \geq 1\} \text{ منظم است.}$$

ادعای (ج) نادرست است. $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ و $\{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$ مستقل از متن قطعی‌اند اما اجتماع آنها قطعی نیست.

همچنین زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر (تشخیص‌پذیر) تحت مکمل بسته نیستند پس حکم (د) نادرست است.

5- گزینه (3) صحیح است.

Σ^* (مجموعه همه رشته‌ها روی الفبای Σ) شمارا است (به صورت پیش فرض، منظور از رشته‌ها، رشته‌های متناهی است). مجموعه همه زبان‌ها یعنی $P(\Sigma^*)$ یا همان 2^{Σ^*} ناشمارا است. خانواده زبان‌های منظم شماراست و خانواده زبان‌های نامنظم ناشماراست. مجموعه همه ماشین‌های تورینگ شمارای نامتناهی است؛ همچنین مجموعه همه گرامرها شمارای نامتناهی است.

6- گزینه (3) صحیح است.

با توجه به رابطه بین توان‌ها، ماشین پشته‌ای توان پذیرش این زبان را ندارد؛ پس زبان داده شده مستقل از متن نیست در نتیجه منظم هم نیست. اما از آنجا که m و k دلخواه هستند این زبان، مانند زبان $\{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$ است. دارای LBA پذیرنده است. حساس به متن است اما مستقل از متن نیست.

7- گزینه (4) صحیح است.

اگر $K=1$ باشد همان ماشین پشته‌ای استاندارد را داریم که توان محاسبه زبان‌های مستقل از متن را دارد. که زیرمجموعه اکیدی از زبان‌های تصمیم‌پذیر است و با آن برابر نیست. اگر $K \geq 2$ باشد ماشین دو پشته‌ای (پشته‌ای تقویت شده) توان محاسباتی‌اش با تورینگ استاندارد معادل است. این ماشین‌ها توان محاسبه زبان‌های تشخیص‌پذیر را دارند. زبان‌های تصمیم‌پذیر زیرمجموعه اکیدی از زبان‌های تشخیص‌پذیر هستند.

8- گزینه (1) صحیح است.

ماشین تورینگ از روی همه ارقام عدد x عبور کرده و با ورود به حالت q_1 روی کم‌ارزش‌ترین رقم از x قرار می‌گیرد (رقم یکان). اگر رقم یکان 0 باشد، باید با 1 جایگزین شود. این کار با انتقال 0, 1, L از q_1 به q_2 انجام می‌شود. اگر رقم یکان، 1 باشد باید به سمت چپ حرکت کرده و تا جایی که ارقام 1 داریم به 0 تبدیل کنیم تا یا به اولین رقم 0 برسیم و آن را با 1 جایگزین کنیم یا به خانه خالی (B) برسیم و آن را با 1 جایگزین کنیم.

9- گزینه (3) صحیح است.

برای مجموعه‌های الفبایی A و B نیز A^* و B^* شمارای نامتناهی هستند پس هر دو با $\mathbb{N}$ هم اندازه‌اند پس بین آنها تناظر یک به یک وجود دارد. پس گزینه ۱ نادرست است. گزینه‌های ۲ و ۴ به سادگی رد می‌شوند. برای مثال فرض کنیم $A = \{a, b\}$ و $B = \{a, b, c\}$ باشد. در گزینه دو ممکن است، $L_1 = \{a\}$ و $L_2 = \{b\}$ باشد. در گزینه ۴ زبان $L_1 = \{abc, cba, bca\}$ را نمی‌توان به اجتماع دو زبان تفکیک کرد که یکی زیرمجموعه $\{a, b\}^*$ و دیگری زیرمجموعه $\{c\}^*$ باشد.

اما گزینه ۳ درست است هر زبان $L_1 \subseteq B^*$ یا متناهی است یا نامتناهی است. اگر متناهی باشد زبان $L_2 \subseteq A^*$ را با همان تعداد رشته در نظر بگیریم. اگر نامتناهی باشد کافی است $L_2 \subseteq A^*$ را نیز نامتناهی بگیریم. همه زبانهای نامتناهی، شمارای نامتناهی‌اند و با یکدیگر هم‌توان هستند.

10- گزینه (2) صحیح است.

در تولید درخت محاسبه هر ماشین تورینگ غیرقطعی ممکن است در یک شاخه از محاسبه، حلقه نامتناهی به وجود آید. به همین خاطر اگر از جستجوی عمقی DFS استفاده کنیم در آن شاخه گیر افتاده و هرگز خارج نمی‌شویم به همین دلیل باید از جستجوی سطحی BFS استفاده کرد. از طرفی هر ماشین تورینگ غیرقطعی را می‌توان به ماشین تورینگ قطعی با سه نوار تبدیل کرد و برای آن درخت محاسبه تولید کرد. پس گزینه 4 نادرست است.

11- گزینه (2) صحیح است.

در حالت کلی، برای رشته‌هایی که عضو $L(M)$ نباشند، ممکن است ماشین متوقف نشود و در حلقه نامتناهی قرار بگیرد پس $T(M, w)$ ممکن است بی‌نهایت شود. پس گزینه 1 نادرست است. گزینه 2 صحیح است: اگر M ماشین متناهی قطعی (DFA) باشد هر رشته به طول n در زمان $\theta(n)$ بررسی می‌شود. پس $T(M, w) = \theta(|w|)$

اگر M یک LBA باشد $T(M, w)$ لزوماً از مرتبه $O(|w|)$ نیست. برای مثال در متن درس یک LBA پذیرنده برای $L = \{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$ طراحی کردیم که $T(M, w)$ از مرتبه $O(|w|^2)$ بود. پس گزینه 3 نیز نادرست است. گزینه 4 نیز نادرست است. برای ماشین پشته‌ای قطعی، $T(M, w)$ وابسته به طول رشته w است نه ظرفیت پشته. برای مثال اگر زبان مورد پذیرش آن منظم باشد، میزان حافظه مورد نیاز $O(1)$ است درحالی‌که $T(M, w) = \theta(|w|)$ است.

12- گزینه (4) صحیح است.

در حالت کلی ماشین تورینگ T ممکن است برای برخی رشته‌های $w \in \Sigma^*$ متوقف نشود؛ پس این رشته‌ها نه عضو L_1 هستند نه عضو L_2 پس گزینه 3 نادرست است. اما اگر ماشین تورینگ T برای هر رشته ورودی متوقف شود (تصمیم‌پذیر باشد)، این توقف یا در q_a است یا در q_r ، پس L_2 مکمل L_1 است. پس گزینه 4 صحیح است. اگر زبان L_1 تصمیم‌پذیر باشد دارای ماشین تورینگ تصمیم‌پذیر است اما این به آن معنا نیست که هر ماشین تورینگ پذیرنده آن، تصمیم‌پذیر است. ماشین تورینگ T که یک پذیرنده برای زبان L_1 است، لزوماً تصمیم‌پذیر نیست؛ پس گزینه 1 نادرست است. با همین استدلال گزینه 2 هم رد می‌شود. اگر زبان L_1 منظم باشد دارای ماشین پذیرنده تصمیم‌پذیر است اما این به آن معنا نیست که ماشین تورینگ T نیز، تصمیم‌پذیر باشد.

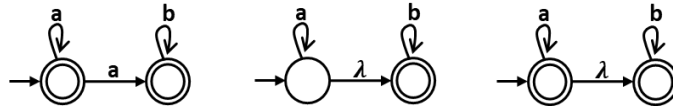
13- گزینه (1) صحیح است.

زبانی وجود دارد که خودش و مکملش هیچکدام شمارش‌پذیر بازگشتی نیستند. همچنین زبانی وجود دارد که خودش شمارش‌پذیر بازگشتی است اما مکملش چنین نیست. و در مورد زبان‌های بازگشتی، L و $\bar{L}$ هر دو بازگشتی‌اند پس هر دو شمارش‌پذیر بازگشتی‌اند. با این توضیحات گزینه‌های 3 و 4 نادرستند.

زبان‌هایی که توسط یک ماشین تورینگ قطعی پذیرفته شوند چنانکه برای هر رشته به طول n حافظه مصرفی‌اش از مرتبه چندجمله‌ای باشد به فضای $DSPACE$ تعلق دارند. زبان‌هایی که توسط یک ماشین تورینگ غیرقطعی پذیرفته شوند که برای هر رشته به طول n حافظه مصرفی‌اش مصرفی‌اش از مرتبه چندجمله‌ای است به فضای $NSPACE$ تعلق دارند. همانطور که توان محاسباتی ماشین‌های تورینگ قطعی و غیرقطعی برابر است، در مورد این دو مجموعه نیز $NSPACE = DSPACE$ است. هر زبان که دارای چنین ماشین پذیرنده‌ای باشد، تصمیم‌پذیر است. لذا گزینه 1 صحیح است. در مورد گزینه 2 توجه داشته باشید این درست است که زبان منظم دارای پذیرنده متناهی با حافظه مصرفی $O(1)$ است، اما زبان پذیرنده با حافظه مصرفی بیشتر هم می‌تواند داشته باشد پس گزینه 2 نادرست است.

14- گزینه (3) صحیح است.

ماشین NFA کمینه یکتا نیست. برای زبان $L(a^*b^*)$ به دلیل اهمیت داشتن ترتیب حروف، حداقل دو حالت در ماشین متناهی لازم داریم. هر سه ماشین زیر NFA کمینه پذیرنده برای این زبان هستند:



پس گزینه ۱ نادرست است. می‌دانیم که:

خانواده زبان‌های مستقل از متن $\subset$ خانواده زبان‌های خطی $\subset$ خانواده زبان‌های منظم

پس گزینه ۲ نادرست است. اما هر زبان روی الفبای دلخواه Σ اگر منظم باشد دارای ماشین پذیرنده متناهی قطعی است، اگر نامنظم باشد باز هم دارای ماشینی پذیرنده قطعی بدون نیاز به حافظه است اما تعداد حالات این ماشین نامتناهی خواهد بود. پس گزینه ۳ صحیح است. برای هر ماشین تورینگ، یک ماشین تورینگ استاندارد معادل با حداکثر 6 حالت وجود دارد؛ پس گزینه ۴ نادرست است.

15- گزینه (4) صحیح است.

با توجه به فرم رشته‌ها داریم:

$$L = \{a\}^* \{b\}^* \{c\}^* - \{a^n b^n c^n : n \geq 0\} = \{a^i b^j c^k : i \neq j \vee j \neq k\}$$

این زبان منظم نیست اما مستقل از متن است. پس گزینه ۴ صحیح است. در ضمن این زبان گرامر مستقل از متن خطی دارد پس یک زبان خطی است.

16- گزینه (3) صحیح است.

هر زبانی که یک ماشین تورینگ داشته باشد، دارای بینهایت ماشین تورینگ پذیرنده است. پس گزینه ۱ نادرست است. گزینه ۲ هم نادرست است زیرا توان محاسباتی خانواده ماشین‌های تورینگ غیرقطعی و خانواده ماشین‌های تورینگ قطعی با هم برابر است. خانواده زبان‌هایی که تورینگ پذیرنده دارند همان رده ℓ_0 است یعنی خانواده زبان‌های دارای گرامر بدون محدودیت، (برابر با خانواده زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر) و این خانواده تحت اجتماع بسته است اما تحت متمم (مکمل) بسته نیست.

17- گزینه (1) صحیح است.

کلاس زبان‌های شمارش‌پذیر بازگشتی همان کلاس زبان‌های قابل پذیرش توسط ماشین تورینگ است. این خانواده تحت متمم بسته نیست؛ پس گزینه ۱ نادرست است. اما سایر گزینه‌ها احکام درستی هستند. خانواده زبان‌های بازگشتی (تصمیم‌پذیر) تحت عملگرهای اجتماع، اشتراک و متمم بسته‌اند. خانواده زبان‌های حساس به متن زیرمجموعه محض خانواده زبان‌های بازگشتی هستند. خانواده زبان‌هایی که توسط گرامرهای بدون محدودیت توصیف می‌شوند (رده ℓ_0) برابر خانواده زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر است.

18- گزینه (4) صحیح است.

این ماشین تورینگ غیرقطعی برای هر ورودی متوقف می‌شود؛ پس $L(M)$ تصمیم‌پذیر است. برای هر ورودی که عضو زبان باشد، حداقل یکی از مسیرهای محاسبه در حالت پذیرش متوقف می‌شود و سایر مسیرها در حالت غیرپذیرش متوقف می‌شوند و در نهایت ماشین جواب (Yes) می‌دهد. برای هر ورودی که عضو زبان نباشد شاخه‌های مختلف محاسبه، همگی در حالات غیرپذیرش متوقف می‌شوند و به پاسخ (NO) می‌رسند به همین دلیل در نهایت ماشین جواب (NO) خواهد داد.

زبان $L = L(M)$ تصمیم‌پذیر (بازگشتی) است پس $\bar{L}$ نیز بازگشتی است؛ هر دو زبان L و $\bar{L}$ دارای ماشین‌های تورینگ قطعی و غیرقطعی از نوع تصمیم‌گیرنده هستند.

. اما در مورد گزینه ۴: اینکه ماشین غیرقطعی در یک شاخه از محاسبه به جواب (NO) برسد، دلیل کافی برای عدم عضویت آن رشته در نیست. باید در تمامی شاخه‌ها به پاسخ (NO) می‌رسیدیم تا نتیجه بگیریم $x \notin L$. در واقع محاسبه به صورت درختی بوده و به دلیل غیرقطعی بودن ماشین، مجموعه‌ای از انشعاب‌ها را داریم این که از یک انشعاب پاسخ (NO) به دست آید برای نتیجه گیری $x \notin L$ کافی نیست. پس گزینه ۴ نادرست است. (بهتر بود طراح سوال این مطلب را روشن‌تر بیان می‌کرد).

پروز و سربلند باشید.

پایان جلسه نوزدهم نکته و تست